**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ**

**Στ Δημοτικού**

**Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό**

Τα διανύσματα δεν περιλαμβάνονται στην διδακτέα ύλη του Δημοτικού αλλά αν μείνει κάποιος διδακτικός χρόνος, θα είναι χρήσιμη μία σύντομη γνωριμία με αυτά, των μαθητών της ΣΤ’ τάξης ώστε να δεχθούν με ενδιαφέρον τις νέες για αυτούς μαθηματικές έννοιες στην επόμενη βαθμίδα εκπαίδευσης.

Δεν επιδιώκεται μια μαθηματική θεμελίωση των διανυσμάτων αλλά ένας προβληματισμός που θα κινήσει το ενδιαφέρον για αυτά αργότερα στο Γυμνάσιο.

Στην ενότητα αυτή επιχειρείται εισαγωγή της έννοιας του ελεύθερου και εφαρμοστού διανύσματος (συνευθειακά - συνεπίπεδα).

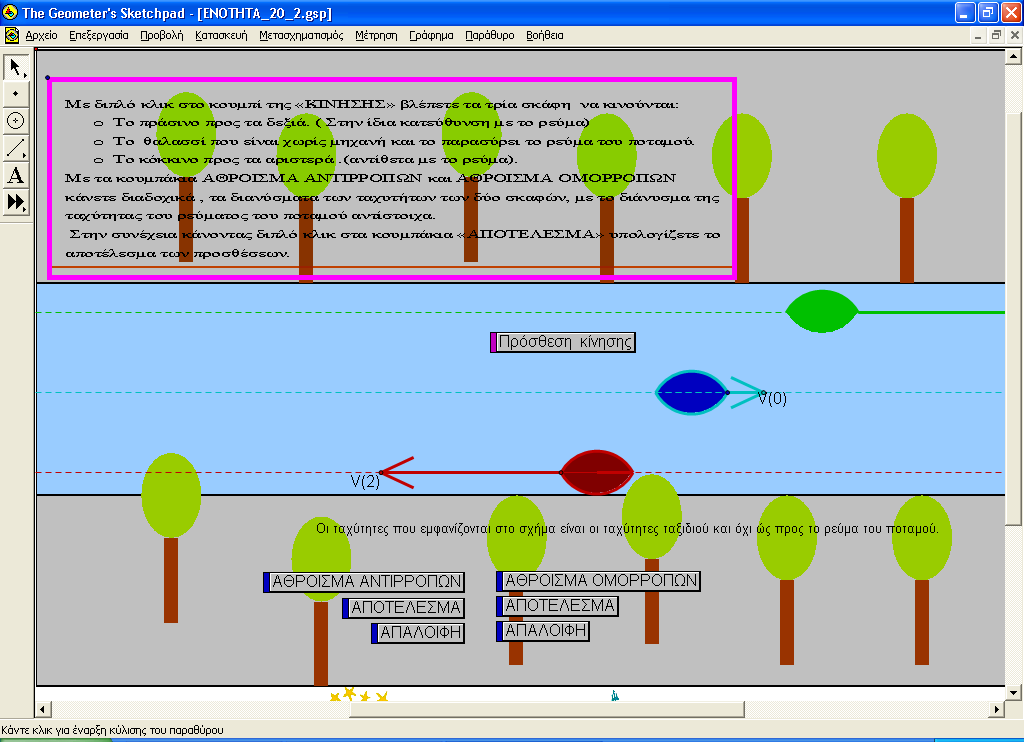
Προτείνονται δύο διαφορετικές δραστηριότητες, μία για παράλληλα και μία για συνεπίπεδα διανύσματα.

Στην δραστηριότητα **“Ταξιδεύοντας στο ποτάμι-1”**επιχειρείται οι μαθητές να οπτικοποιήσουν την σύνθεση κινήσεων, να έχουν μία πρώτη επαφή με την έννοια του διανύσματος, να εμπεδώσουν (μερικώς) την πρόσθεση παράλληλων διανυσμάτων και τον πολλαπλασιασμό τους με (ακέραιο αριθμό).

Επίσης να αντιληφθούν ότι υπάρχουν διανυσματικές μονάδες που έχουν αρκετές διαφορές με τις μονάδες μέτρησης των ευθυγράμμων τμημάτων.

Διαλέξαμε το πρόβλημα αυτό, το οποίο οι μαθητές μπορούν να λύσουν και σαν πρόβλημα πρακτικής αριθμητικής, ακριβώς για να κινούνται σε ένα οικείο περιβάλλον.

Η επιλογή της ταχύτητας για την εισαγωγή των διανυσμάτων (και όχι της δύναμης που πολλές φορές επιλέγεται) έγινε γιατί αυτή μπορεί να αναχθεί σε μετατόπιση (το απλούστερο διανυσματικό φυσικό μέγεθος) στην μονάδα του χρόνου.



**Εικόνα 20.1**

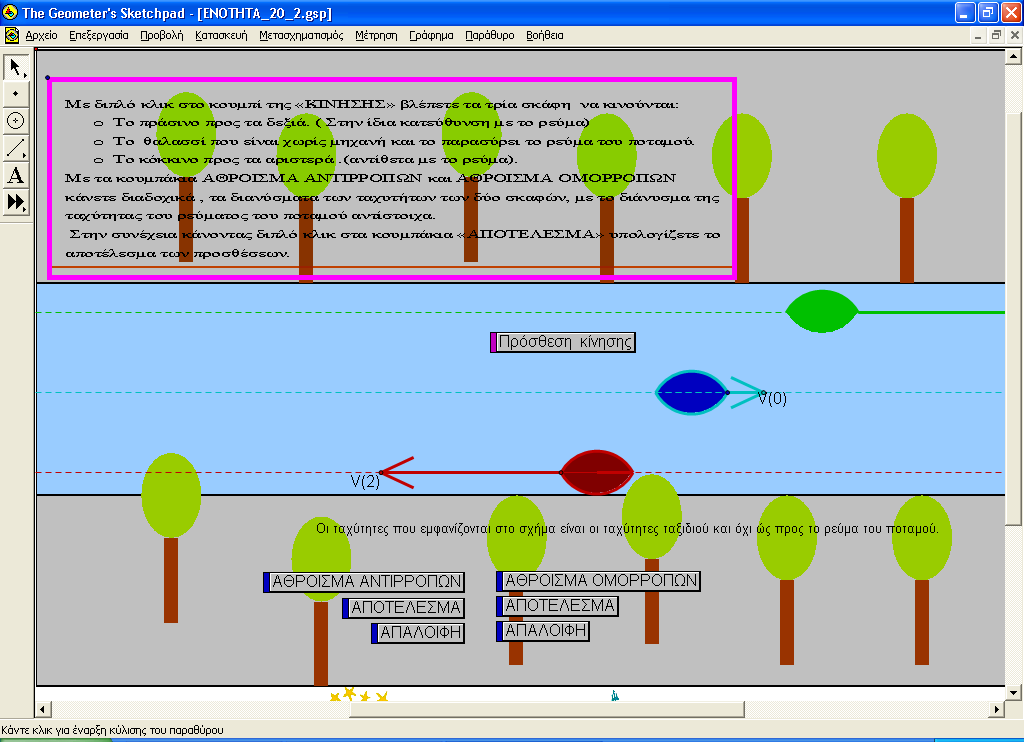
Στην δραστηριότητα **«Ταξιδεύοντας στο ποτάμι»** διαπραγματευόμαστε ένα πρόβλημα σύνθεσης κινήσεων για τρία σκάφη που κινούνται αντίρροπα ή ομόρροπα με το ρεύμα ενός ποταμού.

Ξεκινούμε από ένα μονοδιάστατο πρόβλημα σύνθεσης κινήσεων το οποίο οι μαθητές μπορούν να το αντιμετωπίσουν με τις τυποποιημένες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων.  
Η επίλυση του προβλήματος με τα διανύσματα έγινε προφανώς για την δικαιολόγηση της εισαγωγής τους αλλά και για την βαθύτερη κατανόηση του προβλήματος και άλλων παρόμοιων. Η επιλογή της ταχύτητας για την εισαγωγή των διανυσμάτων (και όχι της δύναμης που πολλές φορές επιλέγεται) έγινε γιατί αυτή μπορεί να αναχθεί σε μετατόπιση στην μονάδα του χρόνου.

##### Ροή της δραστηριότητας

###### Βήμα 1ο (Διάρκεια 1 διδακτική ώρα)

Προτρέπουμε του μαθητές/τριες να ανοίξουν το αρχείο ΕΝΟΤΗΤΑ\_20\_1.gsp του φακέλου ΕΝΟΤΗΤΑ\_20 που υπάρχει στην επιφάνεια εργασίας του υπολογιστή τους προκειμένου να αντιληφθούν εποπτικά το πρόβλημα. Στο περιβάλλον του Sketchpad θα εμφανισθεί η οθόνη που σχηματοποιεί έναν ποταμό και τρία σκάφη (πράσινο- μπλε- κόκκινο) τα οποία ταξιδεύουν παράλληλα με την όχθη του.



**Σχήμα 20.2**

Στο κάτω δεξιό τμήμα της οθόνης υπάρχουν κουμπιά εκτέλεσης ενεργειών του Sketchpad. Κάνουμε διπλό κλικ στο Πρόσθεση κίνησης και αρχίζει η κίνηση των σκαφών.

Στην συνέχεια προτρέπουμε τους μαθητές/τριες να συμπληρώσουν τον παρακάτω πίνακα.

|  |  |
| --- | --- |
| 32 | α) Με ποια ταχύτητα απομακρύνονται από την βάρκα  (μπλε σκάφος) τα άλλα δύο; (Χλμ/ώρα)  ………………………………………………………………………………………………………..  β) Με ποίες ταχύτητες κατευθύνονται στον προορισμό τους τα τρία σκάφη; (Χλμ/ώρα)  ΒΑΡΚΑ (ΜΠΛΕ ΣΚΑΦΟΣ)…………….  ΠΡΑΣΙΝΟ ΣΚΑΦΟΣ…………….  ΚΟΚΚΙΝΟ ΣΚΑΦΟΣ……………  γ)Σε πόσο χρόνο θα φθάσουν στον προορισμό τους τα σκάφη;  ΒΑΡΚΑ (ΜΠΛΕ ΣΚΑΦΟΣ)…………….  ΠΡΑΣΙΝΟ ΣΚΑΦΟΣ…………….  ΚΟΚΚΙΝΟ ΣΚΑΦΟΣ…………… |

Η απάντηση στο α) ερώτημα είναι 12 Χιλ/ώρα γιατί η απομάκρυνση του κάθε σκάφους από την βάρκα σε ένα λεπτό είναι 200 μέτρα επομένως σε 60 λεπτά 12.000 μέτρα. (μετατροπή μονάδων)

β) Η ταχύτητα του μπλε σκάφους είναι 2 Χλμ/ώρα.

Η ταχύτητα του πράσινου σκάφους ως προς την ταχύτητα του ρεύματος του ποταμού (ταχύτητα μπλε σκάφους) είναι 2 Χλμ/ώρα επομένως η ταχύτητα ταξιδιού[[1]](#footnote-1) του πράσινου σκάφους θα είναι 14 Χλμ/ώρα.

Το κόκκινο σκάφος που ταξιδεύει κόντρα στο ρεύμα του ποταμού θα έχει ταχύτητα 10 Χλμ/ώρα.

Με το ερώτημα αυτό ελέγχεται η ικανότητα των μαθητών να συνθέτουν δύο ταχύτητες.

Αν διαπιστώσουμε αδυναμίες ή λάθη θα πρέπει να εξηγήσουμε στα παιδιά ότι η ταχύτητα του ρεύματος του ποταμού προστίθεται στην ταχύτητα του σκάφους που ταξιδεύει με την κατεύθυνση του ρεύματος ενώ αφαιρείται όταν οι κατευθύνσεις είναι αντίθετες. (Ένα καλό παράδειγμα είναι αυτό της κυλιόμενης σκάλας, εμπειρία της οποίας έχουν τα περισσότερα παιδιά)

γ) Το σκάφος που ταξιδεύει με ταχύτητα 14 Χλμ/ώρα θα κινείται για



Το κόκκινο σκάφος που ταξιδεύει με 10 Χλμ/Ώρα θα κινηθεί για 0,8 ώρες.

δ) Το μπλέ σκάφος θα χρειασθεί για να φθάσει στον προορισμό του 8/2=4 ώρες. .

Με τα ερωτήματα αυτά ελέγχεται η ικανότητα των μαθητών να επιλύουν απλά αριθμητικά προβλήματα κίνησης.

###### Βήμα 2ο (Διάρκεια 1 διδακτική ώρα)

Στο βήμα αυτό υλοποιούμε τον φιλόδοξο στόχο να ορίσουμε τα παράλληλα διανύσματα και τις πράξεις τους σε ορισμένες απλές περιπτώσεις.

Αρχικά προτρέπουμε τους μαθητές/τριες να υπολογίσουν το άθροισμα δύο ομόρροπων ή αντίρροπων ταχυτήτων χρησιμοποιώντας το αρχείο ΕΝΟΤΗΤΑ\_20\_1.gsp

Στην συνέχεια ζητάμε την συμπλήρωση του παρακάτω πίνακα:

|  |  |
| --- | --- |
| 32 | α) Αφού παρατηρήσετε την πρόσθεση των αντίρροπων ταχυτήτων στο αρχείο ΕΝΟΤΗΤΑ\_20\_1.gsp περιγράψτε πως μπορούμε να υπολογίσουμε το άθροισμά τους όταν γνωρίζουμε τα μέτρα τους.  ……  ……  β) Αφού παρατηρήσετε την πρόσθεση των ομόρροπων ταχυτήτων στο αρχείο ΕΝΟΤΗΤΑ\_20\_1.gsp περιγράψτε πως μπορούμε να υπολογίσουμε το άθροισμά τους όταν γνωρίζουμε τα μέτρα τους. ……  …… |

Στο πρώτο ερώτημα οι μαθητές θα ανακαλύψουν έναν τρόπο πρόσθεσης αντίρροπων ταχυτήτων. Η απάντηση που περιμένουμε είναι ότι στην περίπτωση των αντίρροπων ταχυτήτων το άθροισμα έχει μέτρο (μήκος) την διαφορά των μέτρων τους και φορά την φορά της μεγαλύτερης (αριθμητικά) ταχύτητας.

Η απάντηση που περιμένουμε στο δεύτερο ερώτημα είναι ότι στην περίπτωση των ομόρροπων ταχυτήτων το άθροισμα έχει μέτρο (μήκος) το άθροισμα των μέτρων τους και την ίδια φορά.

Το κείμενο που ακολουθεί δίνει πληροφορίες στους μαθητές/τριες για τα διανυσματικά μεγέθη και την παράσταση τους από διανύσματα, την σύγκριση δύο παράλληλων διανυσμάτων και τις διανυσματικές μονάδες.

|  |  |
| --- | --- |
| j0301252 | Τα μεγέθη όπως η ταχύτητα που εκτός από το μέτρο τους χαρακτηρίζονται από διεύθυνση και φορά τα παριστάνουμε με ένα προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα που το ονομάζουμε διάνυσμα.  Από την σύγκριση δύο ευθυγράμμων τμημάτων προκύπτει ένας αριθμός που δείχνει την σχέση μεγέθους των δύο τμημάτων.  Στην περίπτωση παράλληλων διανυσμάτων ο αριθμός που προκύπτει από την σύγκριση τους, είναι ίδιος με αυτόν που προκύπτει από την σύγκριση των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων αν είναι ομόρροπα ενώ είναι ο αντίθετός του αν είναι αντίρροπα.[Τον επισημαίνουμε με το πρόσημο «-»] αν έχουν αντίθετη φορά.  Ένα οποιοδήποτε διάνυσμα μπορεί να θεωρηθεί σαν διανυσματική μονάδα. |

Με την συμπλήρωση του πίνακα

|  |  |
| --- | --- |
| 32 | α) Ποιος αριθμός θα προκύψει από την σύγκριση του πράσινου διανύσματος (V1) με το μπλε διάνυσμα (V0); ……  β) Ποιος αριθμός θα προκύψει από την σύγκριση του κόκκινου διανύσματος (V2) με το μπλε διάνυσμα (V0); …… |

ζητούμε την σύγκριση δύο διανυσμάτων ομόρροπων και αντίρροπων αντίστοιχα και οι απαντήσεις που περιμένουμε (σύμφωνα με τις συμβάσεις που έχουμε κάνει) είναι: 7 και -5

( Ο αριθμός -5 έχει μόνο τον συμβολισμό ενός αρνητικού αριθμού)

Με το ερώτημα αυτό οι μαθητές σύγκριναν δύο ομόρροπα ή αντίρροπα διανύσματα και υπολόγισαν την σχέση που τα συνδέει.

Επίσης ένα διάνυσμα κοινής σύγκρισης μπορεί να θεωρηθεί ως διανυσματική μονάδα.

##### Προτάσεις για επεκτάσεις ή διαφοροποιήσεις

Ένα άλλο αντίστοιχο σενάριο μπορεί να προκύψει από το παράδειγμα της κυλιόμενης σκάλας ή την κίνηση του επιβάτη ενός πλοίου παράλληλα με την διεύθυνση κίνησής του.

1. Με την έκφραση «Ταχύτητα ταξιδιού εννοούμε την ταχύτητα που έχει το κινητό ως προς ένα σταθερό σημείο αναφοράς πχ το σημείο αφετηρίας. [↑](#footnote-ref-1)